

Integration durch Substitution

Anwendungsbeispiele mit Lösungen

$$\int (x+5)^2 dx = \quad \text{Substitution } u = x+5 \quad \Rightarrow \quad u' = \frac{du}{dx} = 1 \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{du}{1}$$

→ Substitution u einsetzen und dx mit du ersetzen, anschließend integrieren und rücksostituieren.

$$\int u^2 du = \frac{u^3}{3} + C = \frac{(x+5)^3}{3} + C$$

$$\int (x+5)^2 dx = \frac{1}{3}(x+5)^3 + C$$

$$\int \frac{1}{(x+3)^2} dx = \int (x+3)^{-2} dx \quad \text{Substitution } u = x+3 \quad \Rightarrow \quad u' = \frac{du}{dx} = 1 \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{du}{1}$$

→ Substitution u einsetzen und dx mit du ersetzen, anschließend integrieren und rücksostituieren.

$$\int u^{-2} du = \frac{u^{-1}}{-1} + C = \frac{(x+3)^{-1}}{-1} + C$$

$$\int (x+3)^2 dx = \frac{-1}{(x+3)} + C$$

$$\int e^{4x} dx = \quad \text{Substitution } u = 4x \quad \Rightarrow \quad u' = \frac{du}{dx} = 4 \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{du}{4}$$

→ Substitution u einsetzen und dx mit $\frac{1}{4} du$ ersetzen, anschließend integrieren und rücksostituieren.

$$\int e^u \cdot \frac{1}{4} du = \frac{e^u}{4} + C = \frac{e^{4x}}{4} + C$$

$$\int e^{4x} dx = \frac{1}{4} e^{4x} + C$$

$$\int \frac{1}{a+2x} dx = \quad \text{Substitution } u = a+2x \quad \Rightarrow \quad u' = \frac{du}{dx} = 2 \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{du}{2}$$

→ Substitution u einsetzen und dx mit $\frac{1}{2} du$ ersetzen, anschließend integrieren und rücksostituieren.

$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + C = \ln |a+2x| + C$$

$$\int \frac{1}{a+2x} dx = \ln |a+2x| + C$$

Stichworte zu diesem Thema: Integralrechnung, Grundintegrale, Integrationsregeln, Stammfunktion, unbestimmte Integrale, Integrationskonstante, Logarithmus, Betrag, Abitur, Studium, Vorkurs